PROBLEMAS PARA RESOLVER CON ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO:

1. ¿Cuál es el número cuyo quíntuplo aumentado en 6 es igual a su cuadrado?
2. ¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?
3. Descompón 8 en dos factores, cuya suma sea 6.
4. ¿En cuánto hay que disminuir el primer factor y aumentar el segundo, del producto 13·27, para que el producto disminuya en 51?
5. La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 394. Determina estos números.
6. ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le falta 100 unidades para completar el cuadrado de ella?.
7. Determina 3 números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.
8. Calcula cuáles son los números cuyo producto es 216, y que además, están en la razón de 2:3.
9. El triple del cuadrado de un número aumentado en su duplo es 85. ¿Cuál es el número?
10. Si a un número se le agrega el recíproco de 3 resulta el recíproco del número aumentado en 3. ¿Cuál es el número?
11. El área de un cuadrado de lado (4x-1) es 49. Determina el perímetro del cuadrado.
12. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 41. ¿Cuáles son los números?

Especiales: requieren Teorema de Pitágoras.

13. Determina la medida de los catetos de un triángulo rectángulo cuya suma es de 7 cm. y su hipotenusa mide 5 cm.
14. Determina la diagonal de un cuadrado cuya área es 24 cm^2.
15. La base de un triángulo isósceles mide 19 cm. y cada lado tiene 8 cm. más que la altura trazada a la base. ¿Cuánto mide la base?

SOLUCIONES

1. ¿Cuál es el número cuyo quíntuplo aumentado en 6 es igual a su cuadrado?

Asignamos letra a la incógnita: Número que buscamos: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$5x + 6 = x^2$$
$$0 = x^2 - 5x - 6$$
$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{5 \pm 7}{2} = \begin{cases} \frac{5+7}{2} = 6 \\ \frac{5-7}{2} = -1 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

x=6, es cierto, ya que se cumple que $5(6)+6=6^2$

Lo mismo ocurre con x=-1, que es válido ya que $5(-1)+6=(-1)^2$

2. ¿Qué número multiplicado por 3 es 40 unidades menor que su cuadrado?

Asignamos letra a la incógnita: Número que buscamos: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$3x + 40 = x^2$$
$$0 = x^2 - 3x - 40$$
$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+160}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{169}}{2} = \frac{3 \pm 13}{2} = \begin{cases} \frac{3+13}{2} = 8 \\ \frac{3-13}{2} = -5 \end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

x=8, es cierto, ya que se cumple que $3(8)+40=8^2$

Lo mismo ocurre con x=-5, que es válido ya que $3(-5)+40=(-5)^2$

3. Descompón 8 en dos factores, cuya suma sea 6.

Asignamos letra a la incógnita: Números que buscamos: x, (6-x), porque entre los dos suman 6

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$x(6-x)=8$$
$$6x-x^2=8$$
$$x^2-6x+8=0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-32}}{2}=\frac{6\pm\sqrt{4}}{2}=\frac{6\pm 2}{2}=\begin{cases}\frac{6+2}{2}=4\\ \frac{6-2}{2}=2\end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

x=4, es cierto, ya que el otro sería 2, y 4 por 2 dan 8

Lo mismo ocurre con x=2, ya que el otro sería 4, y 4 por 2 dan 8

4. ¿En cuánto hay que disminuir el primer factor y aumentar el segundo, del producto 13·27, para que el producto disminuya en 51?

Asignamos letra a la incógnita: Número en que hay que disminuir: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$(13-x)(27+x)=(13)(27)-51$$
$$351+13x-27x-x^2=351-51$$
$$-14x-x^2=-51$$
$$x^2+14x-51=0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x=\frac{-14\pm\sqrt{196+204}}{2}=\frac{-14\pm\sqrt{400}}{2}=\frac{-14\pm 20}{2}=\begin{cases}\frac{-14+20}{2}=3\\ \frac{-14-20}{2}=-17\end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

x=3, es cierto, ya que quedaría el producto como 10 · 30 = 300, que es igual a 351 que daba antes, menos 51

x=-17, es cierto, TAMBIÉN tiene sentido ya que quedaría el producto como 30 · 10 = 300, que es igual a 351 que daba antes, menos 51-

5. La suma de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 394. Determina estos números.

Asignamos letra a la incógnita: Números impares consecutivos: 2n-1, 2n+1

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$(2n-1)^2+(2n+1)^2=394$$
$$4n^2+1-4n+4n^2+1+4n=394$$
$$8n^2=392$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$n^2=\frac{392}{8}$$
$$n=\sqrt{\frac{392}{8}}=\sqrt{49}=\pm 7$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

Si n=7, entonces los impares serían, 13 y 15, cuya suma de cuadrados da 394

Si n=-7, los impares serían -15 y -13 cuya suma de cuadrados también da 394.

6. ¿Cuál es la edad de una persona si al multiplicarla por 15 le falta 100 unidades para completar el cuadrado de ella?.

Asignamos letra a la incógnita: Edad de la persona: x

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$15x+100=x^2$$
$$x^2-15x-100=0$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x=\frac{-15\pm\sqrt{225+400}}{2}=\frac{-15\pm\sqrt{625}}{2}=\frac{-15\pm 25}{2}=\begin{cases}\frac{-15+25}{2}=5\\ \frac{-15-25}{2}=-20\end{cases}$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido:

5 y -20 son soluciones matemáticas de la ecuación de segundo grado, pero la segunda solución, -20, NO TIENE SENTIDO COMO EDAD de una persona, y por tanto la única solución al problema sería, 5.

7. Determina 3 números consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 365.

Asignamos letra a la incógnita: Número en que hay que disminuir: n, n+1, n+1 o también, n-1, n, n+1

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$(n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 = 365$$
$$n^2 + 1 - 2n + n^2 + n^2 + 1 + 2n = 365$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$3n^2 = 363$$
$$n^2 = 121$$
$$n = \sqrt{121} = 11$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido: Los números son, n-1=10, 11 y 12.

8. Calcula cuáles son los números cuyo producto es 216, y que además, están en la razón de 2:3.

Asignamos letra a la incógnita: Si su producto es 216, un número es x y el otro $\frac{216}{x}$

Planteamos una ecuación y la ordenamos:

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{\frac{216}{x}}$$
$$\frac{2}{3} = \frac{x^2}{216}$$

Resolvemos la ecuación con la fórmula:

$$x^2 = \frac{432}{3} = 144$$
$$x = \pm 12$$

Interpretamos los valores obtenidos y filtramos los que carecen de sentido: Si x=12 entonces el otro valor es $\frac{216}{x} = \frac{216}{12} = 18$

Si x=-12, entonces el otro valor será, $\frac{216}{x} = \frac{216}{-12} = -18$